

Universidad de Buenos Aires

Facultad de Ingeniería

2do Cuatrimestre de 2023

Análisis Numérico I (75.12)

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Curso:

Sassano

Integrantes:

| Francisco Orquera Lorda | forqueral@fi.uba.ar | 105554 |
| --- | --- | --- |
| Carolina Di Matteo | cdimatteo@fi.uba.ar | 103963 |
| Anita Vernieri | avernieri@fi.uba.ar | 104734 |
| María Zanatta | mzanatta@fi.uba.ar | 108148 |

Lenguajes Elegidos: Python

# Tabla de Contenidos

[**Tabla de Contenidos 1**](#_xl1c8wi629ze)

[**Objetivo del Trabajo 1**](#_8btj6iz4jvmx)

[**Introducción 1**](#_etofuw83sjjh)

[**Desarrollo 2**](#_bih7j65do3to)

[a) Discretización a través del Método de Runge-Kutta de Orden 2 2](#_jh48fwhvbt7k)

[b) Simulación a través del Método de Runge-Kutta de Orden 4 3](#_pprahvknbx63)

[c) Gráfico de las Soluciones Obtenidas 4](#_bh6j4fa5iimt)

[**Resultados 4**](#_m70x0qfridyi)

[Tabla simulación método Runge-Kutta de Orden 4 4](#_qxz502wqv2pz)

[**Ecuaciones 5**](#_qqqc3tcrgj8b)

[**Conclusiones 5**](#_4mqcg1k6ajnv)

[**Referencias 7**](#_wlynp3fl4xa4)

# Objetivo del Trabajo

Con el objeto de completar las solicitudes que respecta al enunciado del Segundo Trabajo Práctico de la materia Análisis Numérico I, estudiaremos y desarrollaremos

* La resolución en cuaderno de una Ecuación Diferencial Ordinaria a través del método de Runge-Kutta de orden dos.
* La resolución en computadora de una EDO a través de una simulación usando el método de Runge-Kutta de orden cuatro.
* La representación gráfica de las soluciones obtenidas.

# Introducción

Este trabajo práctico se centra en implementar métodos numéricos de resolución de ecuaciones diferenciales, en particular el método de Runge-Kutta.

El sistema que se busca resolver es el del modelo de depredador-presa conocido como las ecuaciones de LotkaVolterra. El ejemplo más simple de este sistema es el siguiente:

Dónde **x** es el número de presas, **y** es el número de depredadores, **a** es la razón de crecimiento de las presas, **c** es la razón de muerte del depredador y **b** y **d** son la razón que caracteriza el efecto de interacción presa − depredador sobre la muerte de presas y el crecimiento del depredador respectivamente. En este trabajo práctico se utilizarán los siguientes valores para los parámetros: , , , .

En primer lugar se va a realizar *a mano* (describiendo formalmente las ecuaciones utilizadas) la discretización a través del método de Runge-Kutta de Orden 2, planteando la respuesta en función de las condiciones iniciales para luego resolver dos avances de este.

Luego se va a realizar una simulación en computadora a través del método de Runge-Kutta de Orden 4 para obtener las soluciones desde hasta que, por último, serán graficadas en un gráfico de *población-tiempo*.

# Desarrollo

Partiendo del sistema de ecuaciones de *LoktaVolterra*, desarrollaremos el análisis realizado para cada uno de los incisos planteados en el enunciado propuesto.

## Discretización a través del Método de Runge-Kutta de Orden 2

Para la resolución del ejercicio, y con el objetivo de facilitar las cuentas que este implica, tomamos tal que el método de Runge-Kutta se denomina como *del punto medio*. Luego, usando un paso de tenemos:



|  |  |  |  | 0,1 |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |

#### 1er Iteración

Luego,



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 1 |  |  |

#### 2da Iteración

Luego,



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |

## Simulación a través del Método de Runge-Kutta de Orden 4

Realizando una simulación a través del Método de Runge-Kutta de Orden 4 con paso desde hasta obtenemos:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 0.00000 | 2.00000 | 1.00000 |
| 0.10000 | 2.12486 | 0.98201 |
| 0.20000 | 2.25968 | 0.96811 |
| 0.30000 | 2.40476 | 0.95842 |
| 0.40000 | 2.56030 | 0.95312 |
| 0.50000 | 2.72640 | 0.95242 |
| … | … | … |
| 29.60000 | 4.12319 | 3.27674 |
| 29.70000 | 3.80375 | 3.40677 |
| 29.80000 | 3.48473 | 3.50811 |
| 29.90000 | 3.17604 | 3.57853 |
| 30.00000 | 2.88520 | 3.61763 |

## Gráfico de las Soluciones Obtenidas

## 

Gráfico 1: gráfico de poblaciones de presa y predador obtenido con los resultados del método de Runge-Kutta de orden 4

# Resultados

## Tabla simulación método Runge-Kutta de Orden 4

Veamos en detalle los resultados obtenidos para la simulación a través del Método de Runge-Kutta de Orden Cuatro:

t\_i | x\_i | y\_i

0.00000 | 2.00000 | 1.00000

0.10000 | 2.12486 | 0.98201

0.20000 | 2.25968 | 0.96811

0.30000 | 2.40476 | 0.95842

0.40000 | 2.56030 | 0.95312

0.50000 | 2.72640 | 0.95242

0.60000 | 2.90298 | 0.95664

0.70000 | 3.08972 | 0.96612

0.80000 | 3.28605 | 0.98133

0.90000 | 3.49103 | 1.00279

1.00000 | 3.70326 | 1.03116

…

29.00000 | 5.40725 | 2.19342

29.10000 | 5.31550 | 2.37845

29.20000 | 5.16652 | 2.56978

29.30000 | 4.96413 | 2.76186

29.40000 | 4.71566 | 2.94823

29.50000 | 4.43134 | 3.12204

29.60000 | 4.12319 | 3.27674

29.70000 | 3.80375 | 3.40677

29.80000 | 3.48473 | 3.50811

29.90000 | 3.17604 | 3.57853

30.00000 | 2.88520 | 3.61763

# Ecuaciones

* Sistema de ecuaciones de estudio: (sistema Lotka-Volterra)
* Método de Runge-Kutta del punto medio

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |

* Método de Runge-Kutta de orden 4

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |

# Conclusiones

Bajo el sistema Lotka-Volterra fue posible describir una dinámica, a través de la simulación del método de Runge-Kutta, para analizar cómo se desarrollaría una coexistencia de dos especies, *presa* y *predador*. En el gráfico obtenido se puede observar cómo se forma un equilibrio entre ambas especies pareciendo sus ecuaciones de población oscilatorias, que se mantienen dentro de una amplitud y nunca llegan a (las especies no llegan a extinguirse).

# 

# Referencias

1. Análisis Numérico - Richard L. Burden
2. Diapositivas de Clase